II. fejezet

Előző alkalommal felmerült számos **helyes következtetési séma**. Némelyik helyessége egészen triviális. A **kijelentéslogika** egyik helyes következtetési sémája például a következő:

#2.1
1. premissza: *A* vagy *B*
2. premissza: Nem *A*
Konklúzió: *B*

Az előző fejezetben pont egy ilyen sémával rendelkező következtetéssel indítottunk

(#1.1:
1. premissza: Marci jön a keddi filmre, vagy Marcsi jön a keddi filmre.
    Rövidebben: Marci vagy Marcsi jön a keddi filmre.
2. premissza: Marci nem jön a keddi filmre.
Konklúzió: Marcsi jön a keddi filmre.)

De akad még triviálisabb séma is:
#2.2
1. premissza: Ha *A*, akkor *B*
2. premissza: *A*
Konklúzió: *B*

(Pl.
1. premissza: Ha skandináv filmet vetítenek, Marcsi eljön.
2. premissza: Skandináv filmet vetítenek.
Konklúzió: Marcsi eljön.)

Sőt:
#2.3
1. premissza: *A* és *B*
Konklúzió: *A*
(Pl.
1. premissza: Skandináv filmet vetítenek és nincs felirat.
Konklúzió: Skandináv filmet vetítenek.)

A helyesség definíciója alapján világos, hogy ezek helyes következtetési sémák. A helyes következtetések között tehát akadnak egészen banálisak is. Vannak azonban kevésbé nyilvánvalóak, sőt, egészen meglepőek is. Ezért *fontos a logika által kitűzött feladat: módszereket dolgozzunk ki a helyesség és a helytelenség kimutatására*.

Nem *teljesen* nyilvánvaló például a következő, már ismert következtetés helyessége:
#2.4
1. premissza: Marci jön a keddi filmre, vagy Marcsi jön a keddi filmre.
    Rövidebben: Marci vagy Marcsi jön a keddi filmre.

2. premissza: Ha Marci Marokkóba utazik, akkor nem jön a keddi filmre.
3. premissza: Marci Marokkóba utazik.
Konklúzió: Marcsi jön a keddi filmre.

Ennek logikai szerkezete így fest:

#2.5
1. premissza: *A* vagy *B*.
2. premissza: Ha *C,* akkor nem *B*.
3. premissza: *C*
Konklúzió: *A*

Ezt a következtetést két egyszerűbb, mondhatni teljesen nyilvánvaló következtetésből rakjuk össze. A 2. és a 3. premisszából, a #2.3 sémának megfelelően következik "nem *B*". Ebből és egy további premisszából, az 1-ből a #2.1 séma szerint megkapjuk a konklúziót. Az, hogy ezt meg lehet tenni, következményfogalmunk egy egyszerű és magától értetődő tulajdonságán múlik: következmény következménye az eredeti premisszáknak is következménye. Azaz ha az eredeti premisszákból valamilyen közbeeső konklúzióra jutunk, és ezt premisszának felhasználva jutunk egy újabb konklúzióhoz, akkor a közbeeső konklúziót nem használtuk *lényegesen* fel: amire végül jutottunk, annak igazságához csak az eredeti premisszák igazságát kell feltételezni. Ezt a tulajdonságot hívják **metszetszabály**nak vagy **tranzitivitás**nak.

Azt láttuk tehát, hogy (a metszetszabály segítségével) összekapcsoltunk két teljesen nyilvánvaló következtetést, és amit kaptunk, az már egy kicsit kevésbé nyilvánvaló. Egy bonyolultabb filozófiai, matematikai vagy jogi érvelés, amennyiben helyes, mindig szétbontható ilyen kicsi, önmagukban nyilvánvalóan helyes lépések általában meglehetősen hosszú sorozatára. A logika egyik feladata éppen az, hogy megadja, mik azok a legegyszerűbb lépések, amelyekre minden helyes következtetés felbontható. Ezekből a lépésekből lehet összerakni a helyes következtetések hosszú és sokszor kanyargós útjait. Az, hogy az egyes lépések magától értetődőek és unalmasak, éppúgy nem vonja maga után, hogy a belőlük összerakható következtetési utak magától értetődőek és unalmasak, mint ahogy egy tízezer lépésnyi „valóságos" út sem mindig könnyű és erőfeszítés nélkül megtehető attól, hogy minden egyes lépése könnyű és erőfeszítés nélkül megtehető. De hivatkozhatunk ilyen távoleső analógiák helyett közismert következtetésekre is.

Nézzünk meg egy további példát egy olyan egyszerű következtetési sémára, amelynek helyességéhez nem fér kétség ha jobban átgondoljuk a dolgokat, viszont első látásra egyáltalán nem nyilvánvaló, hogy helyes sémával van dolgunk, és pszichológiai kísérletek alapján kimutatható (ld. Peter Wason 1966-os pszichológiai kísérletét, az ún. Wason szelekciós feladatot), hogy a séma alkalmazásában az emberek általában nem jeleskednek. Mégis, a korábbi példákhoz hasonlóan helyes sémáról van szó:

#2.5
1. premissza: Ha *A*, akkor *B*
2. premissza: Nem *B*
Konklúzió: Nem *A*

(Pl.

1. premissza: Ha elfogadjuk a kiválasztási axiómát, akkor egyszersmind azt is elfogadjuk, hogy bármely gömb átdarabolható két, vele megegyező térfogatú gömbbé.
2. premissza: Nem fogadjuk el, hogy bármely gömb átdarabolható két, vele megegyező térfogatú gömbbé.
Konklúzió: Nem fogadjuk el a kiválasztási axiómát sem.)

Erről több szó esik majd a 3. fejezetben.

Foglaljuk most össze, hogy milyen logikai szavakkal találkoztunk az eddigiekben. Ezek a magyar köznyelv bizonyos (többnyire kötő-)szavai voltak. Az alábbi táblázatban mindegyik mellé bevezetünk egy jelet (mesterséges logikai szót) is. Ezeknek a jelentése csak hozzávetőlegesen (egyes esetekben jobb, másokban kevésbé jó közelítéssel) fog megfelelni a magyar köznyelvi jelentésnek; már csak azért is, mert a köznyelv kifejezéseit nem teljesen állandó és egyértelmű jelentéssel használjuk, ezeknek a jeleknek a jelentését viszont a későbbiekben teljesen pontosan rögzítjük

	köznyelvi kifejezés	**mesterséges logikai szó**	**Milyen kijelentést kapunk ezzel a logikai szóval?**	**alternatív jelölések, nevek**
1.	nem …, nem igaz, hogy …	~	tagadás, negáció	¬
2.	… és …	&	konjunkció	∧, ·
3.	… vagy …	∨	diszjunkció	alternáció
4.	ha …, akkor …	⊃	kondicionális	(materiális) implikáció, →

Hamarosan megvizsgáljuk az 1-3. szavakat, az utolsóval pedig a 3. fejezetben foglalkozunk.

A táblázatban felsorolt logikai szavak egytől egyig kijelentéseket kötnek össze, vagyis ***konnektívum****ok. A magyar megfelelőknél a „pont-pont-pont"-ból látható: tagadáskor* <u>*a jel egyetlen kijelentéshez kapcsolódik, vagyis a '~'* ***egyargumentumú****.*</u> *Az összes többi konnektívum* <u>*két kijelentést kapcsol össze, vagyis* ***kétargumentumú***</u>.

Tehát a kijelentéslogika kontextusában a konnektívumok határozzák meg a kijelentések szerkezetét, amelytől aztán a kijelentéseket tartalmazó következtetések logikai szerkezete is függ. Ezért ebben és a következő fejezetben a *kijelentések szerkezeté*t vizsgáljuk meg közelebbről.

A **logikai szavak jelentésé**t az alapján adjuk meg, hogy <u>hogyan járulnak hozzá az egész (őket tartalmazó) mondat jelentéséhez</u>.

Az **egyszerű,** vagy **atomi kijelentések**et kisbetűkkel rövidítjük: *p*, *q*, *r*.[1] **Atomi** tehát az a kijelentés, amely nem rakható már össze részkijelentésekből logikai szavaink segítségével. Ezekből építhetjük aztán fel az összetett mondatokat, a logikai szavak (és zárójelek!) felhasználásával.

Vegyünk egy példát:

#2.6
Bogáncs fekete. *p*

Ennek tagadása:

#2.7
~ *p* (vagyis: 'Bogáncs nem fekete')

Fontos: *p* tagadásával nem azt kapjuk, hogy Bogáncs fehér, hanem egy gyengébb állítást: hogy Bogáncs nem fekete.

Említettük már, hogy a logika **tárgysemleges**. Ez annak tudható be, hogy a logikai szavak (logikai konstansok) jelentésén túl a többi kifejezés konkrét jelentésétől elvonatkoztatunk. Ennek tetejébe a *kijelentéslogika logikai szavainak jelentése szempontjából nem számít más, mint az **igazságértéke** (igaz, vagy hamis?) azoknak a kijelentéseknek, amelyekhez kapcsolódnak.*

Így aztán felírhatjuk egy táblázattal a negációjel jelentését: igaz kijelentéshez kapcsolva hamisat kapunk, hamishoz kapcsolva pedig igazat.

TAGADÁS

~	*A*	*~A*
	igaz	igaz
	hamis	hamis

A **kétargumentumú** konjunkció **igazságtáblázat**a pedig így fest:

KONJUNKCIÓ

&	*A*	*B*	*A & B*
	igaz	igaz	igaz
	igaz	hamis	hamis
	hamis	igaz	hamis
	hamis	hamis	hamis

Négy sorra volt szükség, hiszen számba kellett vennünk a konjunkcióval összekötött ké kijelentés igazságértékének összes lehetséges alakulását.

[1] Ezeknek a betűknek kissé más a szerepük, mint a fenti sémákban szereplő *A*, *B*, *C* nagybetűknek. Az utóbbiak arra szolgáltak, hogy tetszőleges kijelentéssel (egyszerűvel vagy összetettel) behelyettesíthessük őket. A *p*, *q*, *r* betűket úgy kell elgondolni, hogy mindig egy meghatározott kijelentést rövidítenek. Vagyis *A, B, C* kijelentés-sémák, amelyek konkrét behelyettesítései lehetnek konkrét atomi kijelentések (*p, q, r)* vagy ezekből felépített összetett kijelentések.

A ‘Bogáncs szaladgál és ugat’ kijelentést két egyszerű kijelentés összetételeként foghatjuk föl:
p: Bogáncs szaladgál
q: Bogáncs ugat
Így kapjuk a fordítást:

#2.8
p & *q* (‘Bogáncs szaladgál és ugat’)

Ez az állítás az ‘&’ imént leírt jelentése – igazságtáblázata – alapján kizárólag akkor igaz, ha Bogáncs szaladgál *és* ugat. Egyébként hamis. Fontos: az igazságtáblázatok alapján a logikai szavakat nem csak egyszerű kijelentésekkel lehet kombinálni, hanem összetett kijelentésekkel is (ezért használtuk az igazságtáblázatokban az *A*, *B* sémabetűket).

Következésképp a fenti ‘*p* & *q*’ tagadása a tagadás fenti igazságtáblázata alapján egy olyan formula lesz, amely csak akkor hamis, ha *p* is, *q* egyaránt igaz:

#2.9
~ (*p* & *q*)

Hogyan fogalmazzuk meg ennek köznyelvi változatát? Itt a konjunkció ‘*p* & *q*’ tagadásáról van szó, azonban félrevezető volna így írni: ‘~ *p* & *q*’, hiszen ez azt jelenti (vagy jelentheti), hogy Bogáncs nem szaladgál, viszont ugat. A formulánk jelentése más: azt fejezi ki, hogy Bogáncs nem teszi mindkettőt. Hogy egyértelművé tegyük: *a konjunkció tagadásáról van szó és nem az első felének tagadásáról, érdemes* ***zárójelek****et használnunk*: ~ (*p* & *q*). *Ezáltal egyértelművé válik, hogy melyik konnektívum melyik kijelentés(ek)hez kapcsolódik.* A köznyelvben talán leginkább ez a változat felel meg neki: ‘Nem igaz, hogy Bogáncs szaladgál és ugat’.

Ha olyan összetett kijelentésnél lyukadunk ki, ahol nem egyértelmű, milyen sorrendben „kotyvasztottuk” az alkotórészekből, akkor valahol hiba csúszott be: megfelelően elhelyezett zárójelek szükségesek ahhoz, hogy egyértelművé tegyük a kijelentést.

> A logikai szerkezet *felírásakor fontos cél, hogy* ***egyértelmű*** *kijelentést kapjunk.* A természetes nyelvek, mint például a magyar vagy a latin, tolerálják a többértelműséget; ennek tisztázása, kiküszöbölése fontos, hiszen egy következtetés helyessége szempontjából számít, hogy melyik értelemben is szerepel benne az egyik premissza, vagy konklúzió.
>
> > Marci forró kávéval és pezsgővel zárta a lakomát.
>
> Ez kétfélét is jelenthet:
> Beszámolhat egy igen bizarr eseményről (forró kávé, gőzölgő pezsgő):
>
> > Marci forró (kávéval és pezsgővel) zárta a lakomát.
>
> Vagy éppenséggel egy egészen hétköznapiról (forró kávé, jéghideg pezsgő):

Marci forró (kávéval) és pezsgővel zárta a lakomát.

A predikátumlogikában a két olvasatnak más és más fordítást biztosítunk. Ugyanez a célja a kijelentéslogikának is, bár az eszközei nem elegendőek ahhoz, hogy ebben a példában is megragadja a különbség lényegét

Visszatérve a #2.9 kijelentéshez:

~ (*p* & *q*), 'Nem igaz, hogy Bogáncs szaladgál és ugat':

p	*q*	1. lépés: *p* & *q*	2. lépés: ~ (*p* & *q*)
Igaz	igaz	igaz	**hamis**
Igaz	hamis	hamis	**igaz**
Hamis	igaz	hamis	**igaz**
Hamis	hamis	hamis	**igaz**

1. lépés: konjunkció táblázatának alkalmazása.
2. lépés: negáció táblázatának alkalmazása.

A táblázat végeredménye megfelel az elvárásoknak: A kijelentés hamis, amennyiben Bogáncs szaladgál is, ugat is, egyébként pedig igaz.

Lássuk a harmadik logikai szavunkat, a diszjunkciót.

Bogáncs májat reggelizik, vagy csontot.
p: Bogáncs májat reggelizik.
q: Bogáncs csontot reggelizik.

#2.10
$p \vee q$ ‘Bogáncs májat reggelizik, vagy csontot’

Világos, hogy milyen kimenetet várunk akkor, ha Bogáncs éhen marad reggel (*p* és *q* egyaránt hamis) – a kijelentés hamis. Egyértelmű a válasz akkor is, ha Bogáncs májat reggelizik, és mást nem fogyaszt – a kijelentés igaz. Ha csak csontot kap, a kijelentés ismét igaz. A kérdés az: mi a kimenet akkor, ha Bogáncs májat *és* csontot is kap reggelire? Vagyis az igazságtáblázat első sora kérdéses:

DISZJUNKCIÓ

	A	*B*	$A \vee B$
	igaz	igaz	?
$\vee$	igaz	hamis	igaz
	hamis	igaz	igaz
	hamis	hamis	hamis

Ha azt gondoljuk, a táblázat első sorában igaz a kijelentés, akkor **megengedő ‘vagy’-**ként értelmezzük a ‘$\vee$‘-t: ‘*p* és/vagy *q*’

Ha azt gondoljuk, a táblázat első sorában hamis a kijelentés, akkor **kizáró ‘vagy’-**ként értelmezzük ‘$\vee$‘-t: ‘*p* vagy *q*, de nem mindkettő’

A kijelentéslogika a ‘$\vee$‘-ot megengedő értelemben használja, tehát az igazságtáblázatot így tölti ki:

DISZJUNKCIÓ

$\vee$	A	B	$A \vee B$
	igaz	igaz	**igaz**
	igaz	hamis	igaz
	hamis	igaz	igaz
	hamis	hamis	hamis

A köznyelvi ‘vagy’ vajon megengedő, vagy kizáró? Ha azt halljuk:

Bori moziba megy vagy kirándul,

legalábbis meglepődünk, ha kiderül: Bori moziban is járt, meg az erdőben is. Első látásra ez a reakció azt támasztja alá, hogy a köznyelvi ‘vagy’ kizáró ‘vagy’-ként működik, vagy legalábbis nem mindig működik megengedő ‘vagy’-ként.

A meglepődés azonban nem jelenti azt, hogy az állítás feltétlenül hamis! Meghökkenünk, ha azt halljuk:

Bogáncs csontot reggelizett és kettő négyzete négy,

ahelyett, hogy

Bogáncs csontot reggelizett.

Ettől még a két állítás ugyanúgy igaz, ha Bogáncs tényleg csontot reggelizett.

Jobban belegondolva, nehezen találunk olyan természetes nyelvi példát, ami azt támasztaná alá, hogy két igaz kijelentés diszjunkciója *hamis* (és nem egyszerűen csak *furcsa*). Miért következne azonban ebből az, hogy akkor a diszjunkció *igaz*? Erre a kérdésre a **kétértékűség** kapcsán mindjárt visszatérünk.

Felmerül viszont: „Ön dönt: iszik, vagy vezet”. De ez is elmagyarázható Grice (1975) kommunikációs elvei alapján. Az egyik jele annak, hogy itt valami szokatlan esetről van szó, hogy amennyiben a diszjunkció mindkét fele hamis – ha az illető absztinens és nem ül autóba – nem tűnik hamisnak!

Még akkor is, ha a magyar ‘vagy’ néha kizáró ‘vagy’-ként működik, a kijelentéslogika biztosít szabatos fordítást a fent meghatározott (megengedő) ‘$\vee$’ segítségével:

$(p \vee q)$ & ~ $(p$ & $q)$

A kizáró ‘vagy’-ra is bevezethetünk egy mesterséges konnektívumot: ∇. Az “$A \nabla B$” alakú kijelentéseket **kizáró diszjunkció**nak szokták nevezni.

Az olyan példák, hogy:

Bori moziba megy, vagy otthon marad,

szintén sugallhatják a kizáró ‘vagy’ olvasatot. Ám ez csak látszat: itt olyan esetről van szó, amikor az igazságtáblázat első sora nem állhat elő (valaki nem mehet egyszerre moziba és maradhat otthon), a többi sor tekintetében pedig a diszjunkció két olvasata ugyanazt a kimenetet határozza meg. A példa rávilágít arra, mi is itt a kérdés. Az, hogy egy “*A* vagy *B*” alakú kijelentésben a ‘vagy’ kizáró vagy megengedő értelmű-e, nem azon múlik, hogy *A* és *B* lehet-e egyszerre igaz, hanem azon, hogy *a közlésből tudjuk-e, hogy nem mindkettő igaz*. Amikor biztos (eleve tudjuk, máshonnan), hogy mindkettő nem lehet igaz, akkor éppen hogy kiesik az az eset, amiből el lehetne dönteni, hogy megengedő, vagy kizáró ‘vagy’-ról van-e szó.

Az igazságtáblázatok kidolgozásával belátható, hogy ekvivalens ez a két kijelentés:

#2.11
Bogáncs nem kapott csirkelábat, vagy nem kapott csontot.
p: Bogáncs kapott csirkelábat.
q: Bogáncs kapott csontot.
$\sim p \vee \sim q$

#2.12
Nem igaz, hogy Bogáncs kapott csirkelábat *és* csontot is.
$\sim (p \,\&\, q)$

Ekvivalens továbbá a következő kijelentéspár is:
#2.13
Bogáncs nem kapott sem csirkelábat, sem csontot.
$\sim p \,\&\, \sim q$

#2.14
Nem igaz, hogy Bogáncs csirkelábat vagy csontot kapott.
$\sim (p \vee q)$

Az ekvivalencia mindkét kijelentéspárnál látható abból, hogy végeredményként (ugyanazt az oszlopot kapjuk az igazságtáblázatban (ld. a vastagbetűs oszlopokat):

#2.11–12:

p	*Q*	1. lépés: $\sim p$	2. lépés: $\sim q$	**3. lépés:** $\boldsymbol{\sim p \vee \sim q}$	4. lépés: $p \,\&\, q$	**5. lépés:** $\boldsymbol{\sim (p \,\&\, q)}$
i	i	h	h	**h**	i	**h**
i	h	h	i	**i**	h	**i**
h	i	i	h	**i**	h	**i**
h	h	i	i	**i**	h	**i**

1. és 2. lépés: tagadás táblázata

3. lépés: diszjunkció táblázata
4. lépés: konjunkció táblázata
5. lépés: tagadás táblázata

#2.13–14:

p	q	1. lépés: $\sim p$	2. lépés: $\sim q$	**3. lépés:** $\boldsymbol{\sim p \,\&\, \sim q}$	4. lépés: $p \vee q$	**5. lépés:** $\boldsymbol{\sim (p \vee q)}$
i	i	h	h	**h**	i	**h**
i	h	h	i	**h**	i	**h**
h	i	i	h	**h**	i	**h**
h	h	i	i	**i**	h	**i**

1. és 2. lépés: tagadás táblázata
3. lépés: konjunkció táblázata
4. lépés: diszjunkció táblázata
5. lépés: tagadás táblázata

Ezzel egyben a **logikai ekvivalenciá**t is definiálhatjuk:
<u>Két állítás pontosan akkor **logikailag ekvivalens**, ha az igazságtáblázatuk megegyezik.</u>

A **De Morgan szabályok** pontosan ezt a két ekvivalenciát fogalmazzák meg, **ekvivalencia séma** formájában, *vagyis nem konkrét állításokról van szó, mint #2.11–14, hanem ‘A’ és ‘B’ helyére bármilyen kijelentés behelyettesíthető, akár összetett kijelentés is.*

DE MORGAN SZABÁLYOK
Logikailag ekvivalensek: $\sim A \vee \sim B$ és $\sim (A \,\&\, B)$
valamint: $\sim A \,\&\, \sim B$ és $\sim (A \vee B)$

A De Morgan szabályokból következik, hogy mind a négy következtetési séma helyes:

Premissza: $\sim A \vee \sim B$
Konklúzió: $\sim (A \,\&\, B)$

Premissza: $\sim (A \,\&\, B)$
Konklúzió: $\sim A \vee \sim B$

Premissza: $\sim A \,\&\, \sim B$
Konklúzió: $\sim (A \vee B)$

Premissza: $\sim (A \vee B)$
Konklúzió: $\sim A \,\&\, \sim B$

Általában is elmondható: ekvivalens állításoknál mindkét irányban helyes következtetést, kapunk, akár az egyik állítást vesszük premisszának a másikat konklúziónak, akár fordítva.

A 3. fejezetben az igazságtáblázatokat arra is alkalmazzuk majd, hogy kimutassuk, vajon helyes egy következtetés, vagy sem.

* * * * *

A kijelentések szerkezetének vizsgálata során három fontos feltételezést adottnak vettünk, ideje kiemelnünk ezeket.

1. Csak *kijelentésekkel* foglalkozunk. Ennek eredménye: látókörünkön kívül esnek olyan következtetések, amelyekben valamelyik premissza, vagy konklúzió például felszólítás vagy kérdés.

> Pedig felmerülhet a korábban már látott #2.2 sémához hasonló eset, ahol a konklúzió egy felszólítás: :
>
> > 1. premissza: Ha Ön terhes, ne szedje ezt a gyógyszert!
> > 2. premissza: Ön terhes.
> > Konklúzió: Ne szedje ezt a gyógyszert!

2. Feltételeztük a **kizárt harmadik elvét**: hogy <u>nincs olyan kijelentés, ami se nem igaz, se nem hamis</u>. (Tertium non datur: nincs harmadik érték) Más szóval: <u>minden kijelentés rendelkezik a két igazságérték (igaz, hamis) közül legalább az egyikkel</u>.

> Ez sem triviális korlátozás, hiszen a kijelentő mondatok között is akad olyan, amelyről legalábbis vitatható, hogy rendelkezik-e valamelyik igazságértékkel. Például:
>
> > Ezennel házastársaknak nyilvánítalak benneteket.
> > Ez a mondat hamis.
> > A jelenlegi francia király kopasz.

3. Feltételeztük továbbá az **ellentmondástalanság elvét**: Egyetlen kijelentés sem lehet igaz is és hamis is. <u>Más szóval: minden kijelentés legfeljebb az egyikkel rendelkezik a két igazságérték (igaz, hamis) közül</u>.

2 és 3 együttesen adja a **kétértékűség (dichotómia) elvé**t: <u>minden kijelentés pontosan eggyel rendelkezik a két igazságérték (igaz, hamis) közül.</u>

Gyakorló feladatok

I. Adja meg a lehető legpontosabban az alábbi 1-9. mondatok kijelentéslogikai szerkezetét!

Minta:

a./ Vagy elhiszed, hogy baj van, és adsz pénzt, hogy segíthessek, vagy nem hiszed el, és megnézheted magad.

Jelölések: *p*: elhiszed, hogy baj van; *q*: adsz pénzt, hogy segíthessek; *r*: megnézheted magad

Szerkezet: $(p \;\&\; q) \vee (\sim p \;\&\; r)$

b./ Most tél van és csend és hó és halál.

Jelölések: *p*: most tél van; *q*: most hó van; *r*: most csend van; *s*: most halál van

Szerkezet: $p \;\&\; q \;\&\; r \;\&$

1. Visszavárhat Jóska, Sára, Tercsi, Fercsi, Kata, Klára.
2. Vagy elhiszed, hogy baj van, és adsz pénzt, hogy segíthessek, vagy nem hiszed el, és megnézheted magad.
3. Vagy most mondasz igazat, de akkor a múlt héten hazudtál, vagy fordítva.
4. Hittem neki, pedig egy férfinak soha nem szabadna hinni.
5. Tehetsz rá fokhagymát, friss borsot, esetleg kakukkfüvet vagy bazsalikomot; na meg egy csipet tengeri sót, de bolti jódozottat semmiképp.
6. Vagy Hume téved az emberi természetet illetően, vagy Nietzsche. Vagy egyikük sem téved, csak én vagyok összezavarodva.
7. El is ment a királyhoz, meg nem is; vitt is ajándékot, meg nem is; fel is volt öltözve, meg nem is.
8. Nem igaz, hogy nem volt nyúl a cilinderben. Igenis volt, csak ügyesen elrejtették. Nyulak nem keletkeznek csak úgy hirtelen.
9. Néha a ‘pedig’ ‘és’-t jelent, meg a ‘de’ is, de a ‘meg’ is.

II. Adja meg az alábbi 1-4. következtetésekben a premisszák és a konklúzió kijelentéslogikai szerkezetét! Ahol lehetséges, a De Morgan-szabályok segítségével alakítsa át ekvivalens alakba a kijelentéseket!

Minta:

A narancssárga vagy a virágmintás kardigánt, és a trapézfarmert vagy a bordó kordnadrágot veszem fel.
A narancssárga kardigánt és a bordó kordnadrágot nem veszem fel együtt.
Tehát annyi már biztos, hogy vagy a virágmintás kardigánt, vagy a trapézfarmert felveszem.

Jelölések: *p*: a narancssárga kardigánt veszem fel; *q*: a virágmintás kardigánt veszem fel; *r*: a trapézfarmert veszem fel; *s*: a bordó kordnadrágot veszem fel

Szerkezet: $(p \vee q)$ & $(r \vee s)$

~ $(p$ & $s)$

Tehát: $q \vee r$

De Morgan-szabályt a második premisszára lehet alkalmazni, ez '~ $p \vee$ ~ s'-sel ekvivalens ('Nem veszem fel a narancssárga kardigánt vagy nem veszem fel a bordó kordnadrágot.')

1. Az nem megy, hogy apa is ott legyen a diplomaosztómon, meg anya is.
   Az sem megy, hogy se apa ne legyen ott, se anya.
   Tehát vagy anya lesz ott, de apa nem, vagy apa lesz ott, de anya nem.
2. Mindenki ott lesz, aki számít, de vagy nem engednek be újságírókat, vagy nem esik szó semmi érdemlegesről.
   Olyan nincs, hogy mindenki ott legyen, aki számít, és senkinek ne járjon el a szája.
   Ezeknél nagy a fegyelem. Vagy beengednek újságírókat, vagy senkinek nem jár el a szája.
   Tehát nem esik szó semmi érdemlegesről.
3. Tamás vagy Tibi biztosan ott van az értekezleten, és Tibi vagy az értekezleten van, vagy ügyféllel tárgyal.
   Tibi nincs ott az értekezleten.
   Tehát Tamás ott van az értekezleten, vagy Tibi ügyféllel tárgyal.
4. Tévedés, hogy Bogáncs is keverék, meg Morzsi is.
   Az is tévedés, hogy Morzsi is keverék, meg Tóbiás is.
   Sőt mi több, az is tévedés, hogy Tóbiás is keverék, meg Bogáncs is.
   Tehát akkor sem Bogáncs, sem Morzsi, sem Tóbiás nem keverék.